• Un système d'équation paramétrique de la droite D :

$$D:\begin{cases} x=-11\alpha-\frac{1}{5} \\ y=-4\alpha-\frac{4}{5} \\ z=5\alpha \end{cases} \quad \alpha\in IR$$

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}-11\\-4\\5\end{pmatrix}$ vecteur directeur de D et $J(-\frac{1}{5},-\frac{4}{5},0)$ un point de la droite D donc on a :

$$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-\frac{11}{5}\\-\frac{29}{5}\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{IJ}\wedge\vec{u}\begin{pmatrix}-29\\11\\55\end{pmatrix}$$ D'ou

$$d(I,D)=\frac{\left\|\overrightarrow{IJ}\wedge\vec{u}\right\|}{\left\|\vec{u}\right\|}=\frac{\sqrt{29^2+4^2+55^2}}{\sqrt{11^2+4^2+5^5}}=\frac{\sqrt{3987}}{162}$$

$$\boxed{d(I,D)=\frac{\sqrt{443}}{3\sqrt{2}}}$$

b)

$$d^2(I,S)+d^2(I,P)=(\frac{5}{\sqrt{38}})^2+(\frac{64}{3\sqrt{19}})^2=\frac{25}{38}+\frac{36864}{1539}$$
$$=\frac{75753:171}{3078:171}=\frac{443}{18}$$

Et on a $d^2(I,D)=(\frac{\sqrt{443}}{3\sqrt{2}})^2=\frac{443}{18}$

D'ou $\boxed{d^2(I,S)+d^2(I,P)=d^2(I,D)}$

Exercice n° 21

● (S) : $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$

● (S) : $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=2$

Exercice n° 22

● $M(x,y,z)\in(S)\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}\bullet\overrightarrow{MB}=0$

$$\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}-1-x\\3-y\\-z\end{pmatrix}\bullet\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}-x\\-y\\-2-z\end{pmatrix}=0$$

$\Leftrightarrow(-1-x)(-x)+(3-y)(-y)+(-z)(-2-z)=$

$\Leftrightarrow x+x^2-3y+y^2+2z+z^2=0$

$\Leftrightarrow\boxed{(S):x^2+y^2+z^2+x-3y+2z=0}$

2) Une deuxième méthode

Le centre de la sphère est le milieu Ide segment [AB]

Le rayon de la sphère est R= $\frac{AB}{2}$

On a :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\frac{z_A+z_B}{2}\right)\Rightarrow I\left(1,-\frac{3}{2},0\right)$$

$$AB=\sqrt{0^2+1^2++(-4)^2}=\sqrt{9}=3\Rightarrow R=\frac{3}{2}$$

Ce qui donne :

$$\boxed{(S):(x-1)^2+(y+\frac{3}{2})^2+(z-3)^2=\frac{9}{4}}$$

Exercice n° 23

a)

$$x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+12=0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$(x-1)^2-1+(y-1)^2-1+(z-1)^2-1=-12$$
$$\Leftrightarrow$$
$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=-9\prec 0$$

Donc l'ensemble des points M est l'ensemble vide

b)

$$x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$(x-3)^2-9+(y+2)^2-4+(z-1)^2-1=-5$$
$$\Leftrightarrow$$
$$(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9=3^2$$

Donc l'ensemble des points M est la sphère de centre I (3, – 2, 1) et de rayon R = 3

c)

$$x^2+y^2+z^2+2x+2y+6z-8=0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$(x+1)^2-1+(y+1)^2-1+(z+3)^2-9=8$$
$$\Leftrightarrow$$
$$(x+1)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=19=\sqrt{19}^2$$

Donc l'ensemble des points M est la sphère de centre I (–1, – 1, –3) et de rayon R = $\sqrt{19}$

Qarray.tn-Aqra Blech-Qarray.tn